



TITLE:

# 細胞分化の動的モデルの解析 (力学系理論の展開と応用)

AUTHOR(S):

小室, 元政

---

CITATION:

小室, 元政. 細胞分化の動的モデルの解析 (力学系理論の展開と応用). 数理解析研究所講究録 2004, 1369: 135-139

ISSUE DATE:

2004-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/25445>

RIGHT:

## 細胞分化の動的モデルの解析

小室元政(Motomasa Komuro)  
Teikyo University of Science &  
Technology

### § 1 古澤・金子の細胞分化の方程式

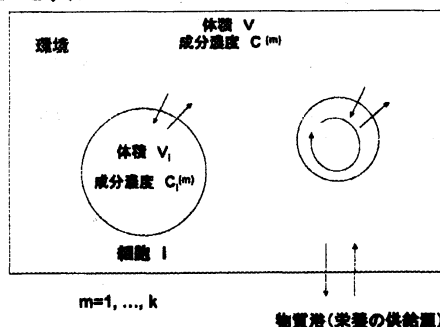
### § 2 細胞分化方程式のシミュレーション —古澤・金子の結果—

### § 3 古澤・金子の結果の追実験

1

### § 1 古澤・金子の細胞分化の方程式

#### A. モデル



2

$$c_i^{(l)} = c_i^{(l)}(t) \quad : \text{細胞 } l \text{ 内の物質 } i \text{ の時刻 } t \text{ における濃度}$$

$$v_l = v_l(t) \quad : \text{細胞 } l \text{ の体積}$$

$$N = N(t) \quad : \text{時刻 } t \text{ における細胞の個数}$$

$$C^{(l)} = C^{(l)}(t) \quad : \text{環境における物質 } i \text{ の時刻 } t \text{ における濃度}$$

$$V = \text{const} (= 100) \quad : \text{環境の体積}$$

$$\bar{C}^{(l)} = \text{const} (= 0.1) \quad : \text{物質浴における物質 } i \text{ の濃度}$$

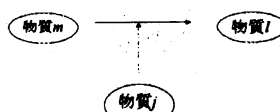
$$\sigma_l = \begin{cases} 1 & \text{物質 } l \text{ が膜を透過できるとき } (l=1,2,3) \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$

$$D \quad : \text{膜を通じた拡散定数}$$

3

#### B. 細胞内化学反応ダイナミクス

$$Con(m, l, j) = \begin{cases} 1 & \text{物質 } m \text{ から物質 } l \text{ への反応が物質 } j \text{ に触媒されて} \\ & \text{起こるとき} \\ 0 & \text{そうでないとき} \end{cases}$$



$$\frac{dc^{(l)}}{dt} = e_l c^{(m)} (c^{(j)})^\alpha \quad \text{物質 } l \text{ の増加}$$

$$\frac{dc^{(m)}}{dt} = -e_l c^{(l)} (c^{(j)})^\alpha \quad \text{物質 } m \text{ の減少}$$

$$(e_l = 1, \alpha = 2)$$

4

#### C. 細胞間相互作用

$$\begin{aligned} \frac{dc_i^{(l)}}{dt} = & \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k Con(m, l, j) c_i^{(m)} (c_i^{(j)})^2 \\ & - \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k Con(l, m, j) c_i^{(l)} (c_i^{(j)})^2 \\ & + \sigma_l D (C^{(l)} - c_i^{(l)}) \\ & - c_i^{(l)} \sum_{m=1}^3 \sigma_m D (C^{(m)} - c_i^{(m)}) \end{aligned}$$

$$\frac{dC^{(l)}}{dt} = \sigma_l (\bar{C}^{(l)} - C^{(l)}) - \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \sigma_i (C^{(l)} - c_i^{(l)})$$

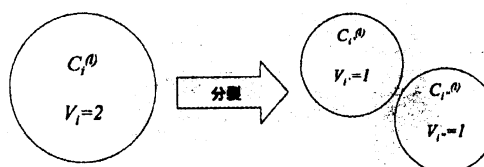
$$(1 \leq l \leq k, \quad 1 \leq i \leq N)$$

5

#### D. 細胞の分裂

細胞 l の体積の時間発展

$$\frac{dv_l}{dt} = v_l \sum_{m=1}^3 \sigma_m (C^{(l)} - c_i^{(l)})$$



$$c_i^{(l)} = (1+\varepsilon)c_i^{(l)}, \quad c_i^{(l)} = (1+\varepsilon)c_i^{(l)}$$

6

## § 2 細胞分化方程式のシミュレーション

— 古澤・金子の結果 —

CHIKARA FURUSAWA AND KUNIHICO KANEKO

**Emergence of Rules in Cell Society: Differentiation, Hierarchy, and Stability**

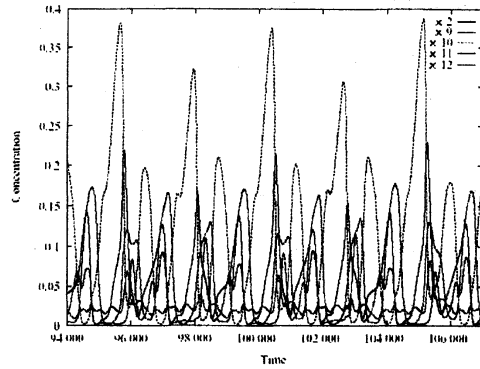
Article No. bu970034

*Bulletin of Mathematical Biology* (1998) **60**, 659–687

7

By Furusawa, Kaneko

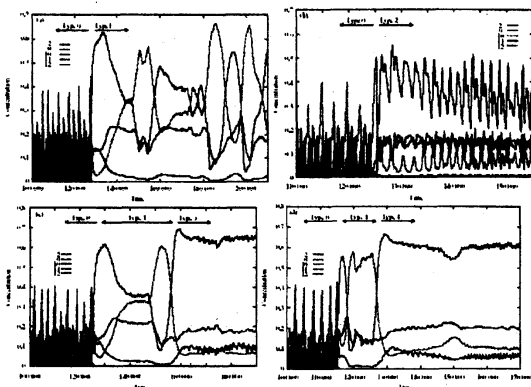
### 1. 単一細胞の時間発展(分裂なし)



8

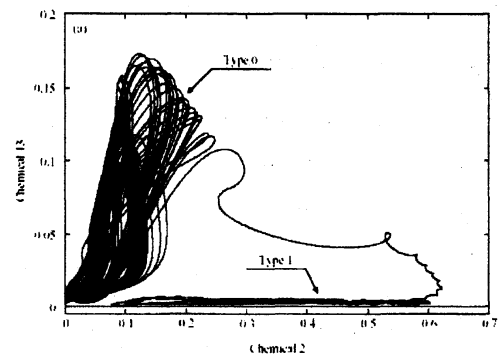
By Furusawa, Kaneko

### 2. 細胞のタイプの時間発展(分裂あり)



By Furusawa, Kaneko

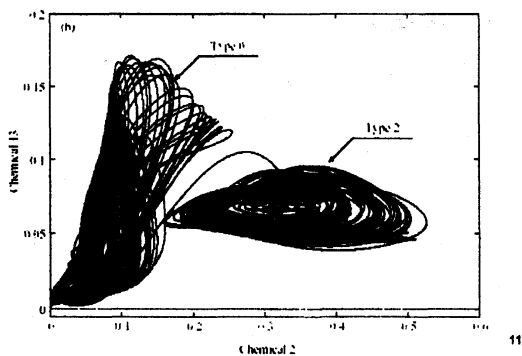
### 3. Type0アトラクタからType1アトラクタへの遷移



10

By Furusawa, Kaneko

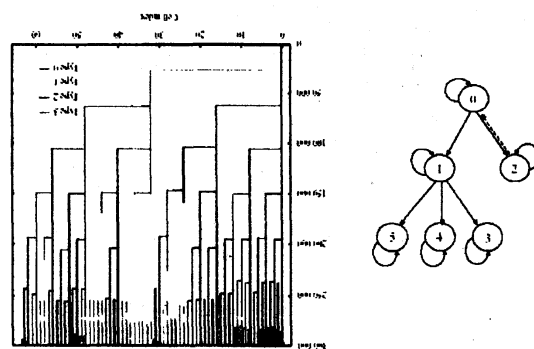
### 4. Type0アトラクタからType2アトラクタへの遷移



11

By Furusawa, Kaneko

### 5. 細胞分化の樹形図



12

### §3 古澤・金子の結果の追実験

#### 1. パラメータ

$k = 20$  (20種類の物質)

$\bar{C}^{(l)} = 0.1$  ( $1 \leq l \leq 20$ ) : 物質浴

$D = 0.01$  : 拡散定数

$\sigma_l; = 1$  ( $l = 1, 2, 3$ );  $= 0$  ( $l \geq 4$ )

$N \leq 200$ ,  $V = 100$

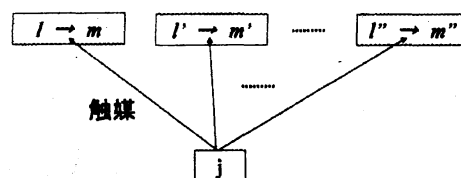
$C^{(l)}(0): \sum_{l=1}^k C^{(l)}(0) = 1$ を満たす、ランダム

$c_1^{(l)}(0): \sum_{l=1}^k c_1^{(l)}(0) = 1$ を満たす、ランダム

13

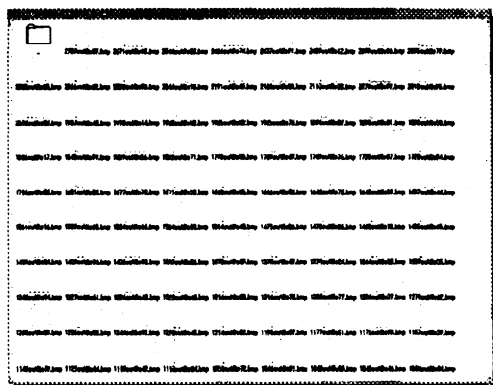
#### 2. 反応ネットワーク行列 $Con(l, m, j)$ のランダム生成

各  $l \leq j \leq 20$  にたいして 6組の  $(l, m)$  をランダムに選ぶ



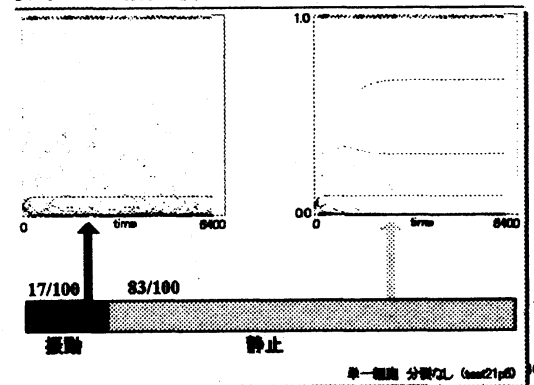
14

#### 3. ランダムに生成した反応ネットワークのが振動する割合(1)



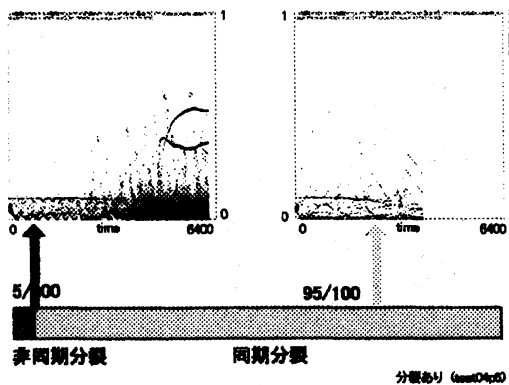
15

#### ランダムに生成した反応ネットワークのが振動する割合(2)



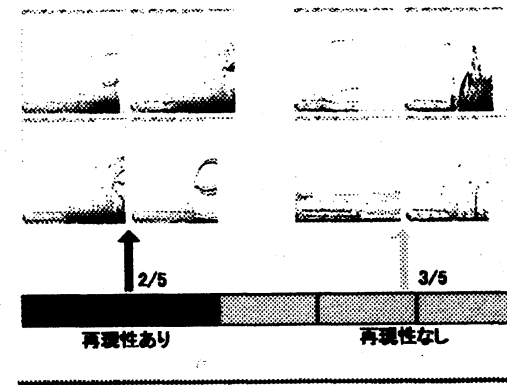
16

#### 4. 振動する反応ネットワークが非同期分岐する割合

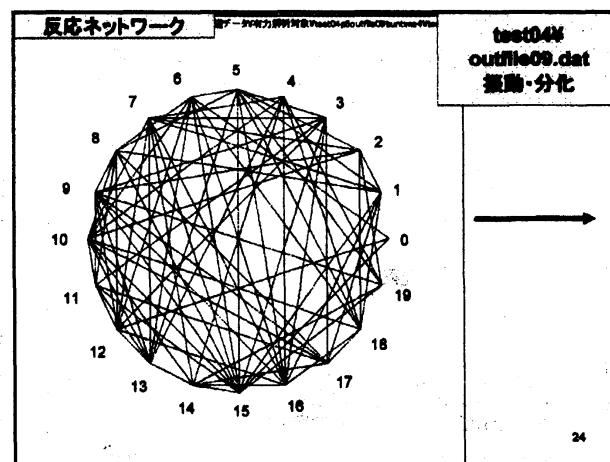
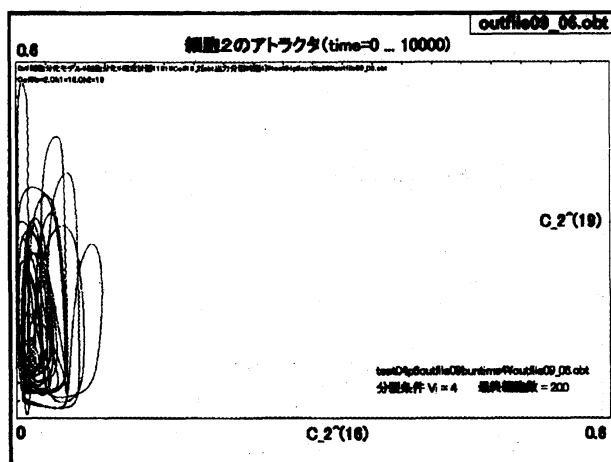
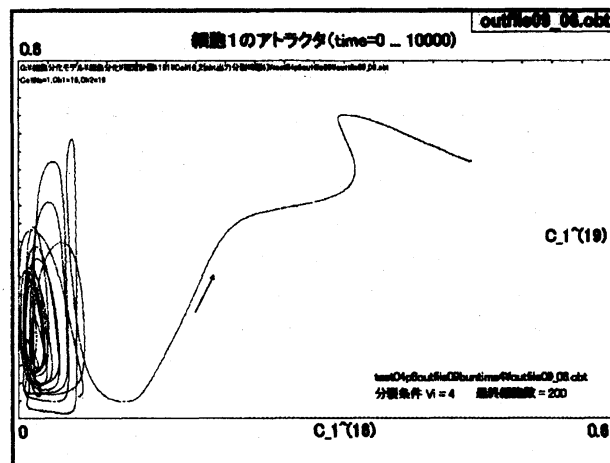
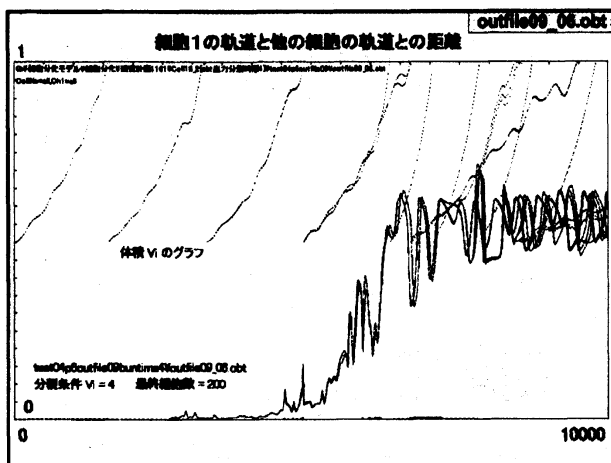
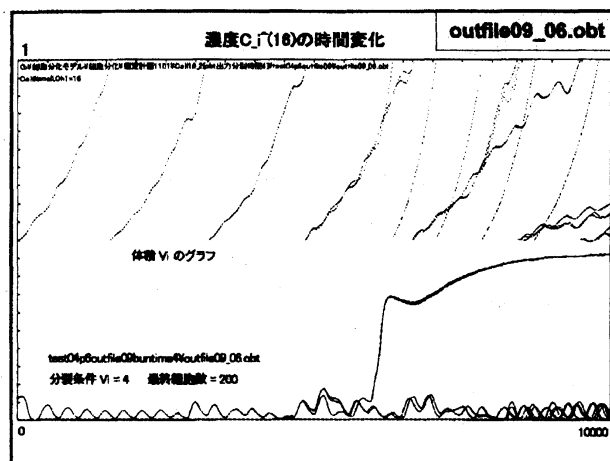
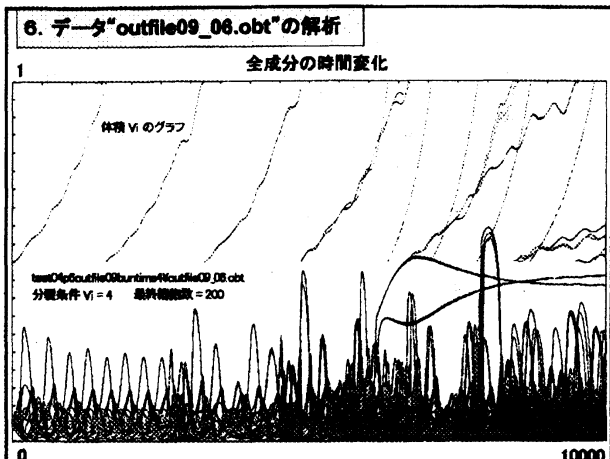


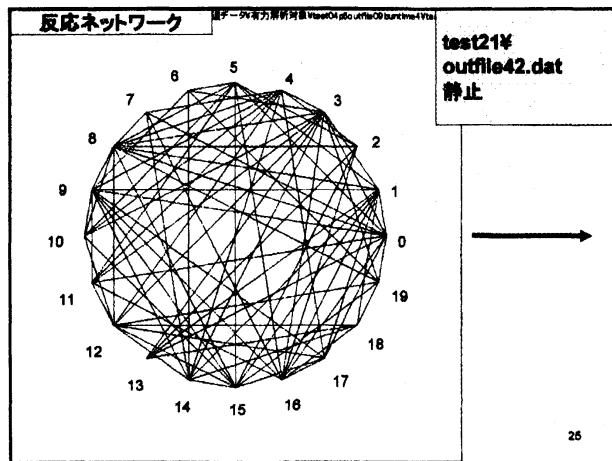
17

#### 5. 非同期分岐する反応ネットワークが再現性をもつ割合



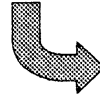
18





#### § 4 細胞分化の解釈

$$\begin{aligned} x_0 &= (V, C^{(1)}, \dots, C^{(k)}) \\ x_1 &= (v_1, c_1^{(1)}, \dots, c_1^{(k)}) \\ x_2 &= (v_2, c_2^{(1)}, \dots, c_2^{(k)}) \\ &\vdots \\ x_N &= (v_N, c_N^{(1)}, \dots, c_N^{(k)}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} dx_0 / dt &= G(x_0, x_1, \dots, x_N) \\ dx_1 / dt &= F(x_0, x_1) \\ dx_2 / dt &= F(x_0, x_2) \\ &\vdots \\ dx_N / dt &= F(x_0, x_N) \end{aligned}$$

26

